MATEMÁTICA

GABARITO OFICIAL DEFINITIVO

QUESTÃO 1

A) (20 PONTOS)

Para o cálculo da área do triângulo ABO vamos determinar as coordenadas do ponto B. Como as retas r e s são paralelas, o coeficiente angular da reta r é igual a $-\frac{3}{5}$. Assim, a reta r tem equação $y = -\frac{3}{5}x + k$. Para determinar o valor de k, observe que a reta r passa pelo ponto $A(0, -2)$. Substituindo-se as coordenadas do ponto A na equação de r obtemos $k = -2$.

Para obtermos a interseção da reta r com o eixo das abcissas fazemos $y = 0$, ou seja, $0 = -\frac{3}{5}x - 2 \Rightarrow x = -\frac{10}{3}$. A área do triângulo ABO é dada por

$$A_{\Delta ABO} = \frac{\overline{OB} \times \overline{OA}}{2} = \frac{\frac{10}{3} \times 2}{2} = \frac{10}{3} cm^2.$$

B) (20 PONTOS)

Vamos determinar as coordenadas dos pontos C e D. O ponto C é a interseção da reta s com o eixo y. Tomando $x = 0$ na equação da reta s, obtemos $y = b$ e o ponto C tem coordenadas $(0, b)$. O ponto D é a interseção da reta s com o eixo x. Tomando $y = 0$ na equação da reta s, obtemos $x = \frac{5b}{3}$ e o ponto D tem coordenadas $\left(\frac{5b}{3}, 0\right)$. A área do triângulo CDO é dada por

$$A_{\Delta CDO} = \frac{\overline{OC} \times \overline{OD}}{2} = \frac{b \times \frac{5b}{3}}{2} = \frac{5b^2}{6} cm^2.$$

Portanto,

$$\frac{5b^2}{6} + \frac{10}{3} = 10 \Rightarrow b = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}.$$

Como $b > 0$, concluímos que $b = 2\sqrt{2}$.

Observação: formas alternativas corretas do cálculo da área também serão consideradas.

QUESTÃO 2

A) (15 PONTOS)

Aplicando a Regra de Sarrus para o cálculo do determinante obtemos:

$$f(x) = \det(M) = \begin{vmatrix} x & 0 & 2 \\ k & x & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = x^2 + 0 + 2k - 0 - 4x - 0 = x^2 - 4x + 2k.$$

B) (25 PONTOS)

A função f assume seu menor valor em $y_v = f(x_v)$, onde (x_v, y_v) é o vértice da parábola que corresponde ao gráfico de f.

Como $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$, obtemos $y_v = f(2) = -4 + 2k$.

Agora, os divisores positivos de 6 são 1, 2, 3 e 6. Desta forma, a expressão $-4 + 2k$ deve assumir um destes valores:

$$-4 + 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{5}{2},$$

$$-4 + 2k = 2 \Rightarrow k = 3,$$

$$-4 + 2k = 3 \Rightarrow k = \frac{7}{2},$$

$$-4 + 2k = 6 \Rightarrow k = 5.$$

Como k deve ser inteiro, concluímos que $k = 3$ ou $k = 5$.

Observação: formas alternativas corretas do cálculo do determinante e de y_v também serão consideradas.